

Interrogation 4

6 mars 2015

Question de cours

1. Donnez la définition de la fonction exponentielle.
2. Soit $a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue sur \mathbb{R} . Donnez toutes les solutions de l'équation différentielle

$$y' + a(x)y = 0.$$

Exercice 1 Donnez les domaines de définitions, étudiez la dérivabilité et dérivez les fonctions suivantes.

$$f(x) = \ln(\sqrt{x-4}), \quad g(x) = \ln(e^{2x} - 1), \quad h(x) = (\ln(x^2 + 2))^2.$$

Exercice 2 Déterminez les limites suivantes.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^2 - 2x + 5}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^7 + \ln(2x)) e^{-2x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - \ln(e^{2x} + 2)}{x}.$$

Exercice 3 Résolvez les équations différentielles suivantes sur l'intervalle de \mathbb{R} précisé.

1. $y' - (x^4 - 3x^3 + x)y = 0$ sur \mathbb{R} .
2. $y' + \cos(x)\sin(x)y = 0$ et $y(\frac{\pi}{2}) = 1$ sur \mathbb{R}
3. $(1 + x^2)y' + xy = 0$ et $y(0) = 4$ sur \mathbb{R} .
4. $y' - \frac{2}{(1+x)^5}y = 0$ sur $] -1, +\infty[$.